

# Streszczenie

W następującej pracy zostaje zaproponowana i zbadana lokalna transformacja ze zmiennych fermionowych do operatorów spinowych. Rozważamy w tym celu układ fermionów na sieci, dla którego zostaje znaleziony opis spinowy za pomocą transformacji, która wiąże wyłącznie operatory fermionowe/spinowe powiązane z pobliskimi węzłami sieci. W jednym wymiarze, proponowany przepis prowadzi do wyniku zgodnego z powszechnie znaną transformacją Jordana-Wignera, przy czym nie ogranicza się do wymiaru  $d = 1$ , ale posiada proste uogólnienie do  $d > 1$ .

W celu uzyskania równoważnego opisu układu w obrazie spinowym, konieczne jest nałożenie więzów w przestrzeni spinowej. Ponieważ znalezienie zredukowanej przestrzeni Hilberta stanowi istotną część całej procedury, więzom zostaje poświęcona szczególna uwaga. Zbiór więzów zostaje określony i wyrażony w obu reprezentacjach. W przypadku sieci skończonych, odpowiednie warunki brzegowe dla operatorów fermionowych i zmiennych spinowych zostają określone w przypadkach jedno- oraz 2-wymiarowym.

Poza przypadkiem fermionów swobodnych, zostaje przedstawiony sposób wprowadzenia oddziaływania fermionów z zewnętrznym polem  $\mathbb{Z}_2$ . W szczególności, dokładnie zbadany zostaje przypadek fermionów w stałym zewnętrznym polu, dla którego wyrowadzone zostają Hamiltoniany i znalezione zostają energie własne.

W celu znalezienia rozwiązania więzów i wyznaczenia dokładnej postaci wektorów bazowych zredukowanej przestrzeni Hilberta, zostaje wprowadzona odpowiednia baza. Implementacja tej bazy w programie Wolfram Mathematica zostaje szczegółowo opisana. Wprowadzenie bazy w reprezentacji spinowej wraz z konstrukcją więzów i Hamiltonianu w tej bazie pokazuje, jak zaproponowana transformacja może być zastosowana do otrzymywania obserwabli w obrazie spinowym. Jawna konstrukcja więzów w bazie umożliwia ich rozwiązanie, a gdy znalezione zostają wektory bazowe zredukowanej spinowej przestrzeni Hilberta, Hamiltonian zostaje przedstawiony w tej bazie i zdiagonalizowany. Ów cel – znalezienie dokładnego rozwiązania więzów – jest główną motywacją i podstawowym osiągnięciem przedstawionej pracy. Zastosowanie algorytmów i programów zaproponowanych w tej rozprawie umożliwia wykonanie tego zadania, które było niedostępne za pomocą innych środków z uwagi na jego złożoność. Jest to krok, który czyni opisaną procedurę przejścia od operatorów fermionowych do spinowych kompletną i stosowalną do rzeczywistych zagadnień fizycznych.

Więzy zostają skonstruowane w bazie, jak opisano powyżej, i zbadane numerycznie dla sieci o rozmiarach  $3 \times 3$ ,  $4 \times 3$  oraz  $4 \times 4$ . Umożliwia to określenie ich wzajemnych zależności i wyznaczenie zredukowanej spinowej przestrzeni Hilberta. Hamiltonian zostaje skonstruowany w tej reprezentacji i zdiagonalizowany. Energie własne otrzymane poprzez diagonalizację tego Hamiltonianu zostają porównane z analitycznymi wzorami znanymi z reprezentacji fermionowej, co zapewnia dodatkowy test równoważności obu opisów.