Wrocław, 24 listopad 2021

Prof. dr hab. Andrzej Borowiec
Instytut Fizyki Teoretycznej
Uniwersytetu Wrocławskiego

Recenzja rozprawy doktorskiej magistra Thomasa Williamsa

Beyond the Standard Model with Noncommutative Geometry

Opiekun naukowy: dr hab. Leszek Hadasz

Model Standardowy (dalej MS) cząstek elementarnych, którego przewidywania zostały z dużą dokładnością potwierdzone w licznych eksperymentach, należy do największych osiągnięć współczesnej fizyki. Niemniej, uważany jest za teorię efektywną wymagającą bardziej fundamentalnego podejścia. Również pewne wyzwania fizyczne, jak np. problem ciemnej materii czy unifikacji z grawitacją, skłaniają badaczy do szukania nowych teorii poza obecnie obowiązującym MS. Rozprawa doktorska mgra Thomasa Williamsa wpisuje się w nurt poszukiwań prowadzonych w ramach zaproponowanej przez Alain Connes'a geometrii nieprzemiennej z działaniem spektralnym.

Geometria nieprzemienna umożliwia wyrafinowaną klasę modeli unifikujących opartych na strukturach matematycznych zwanych (rzeczywistymi) trójkami spektralnymi (dalej TS). Sektor grawitacyjny reprezentowany jest przez kanoniczną TS określoną na przemiennej algebrze funkcji gładkich zwartej rozmaitości riemannowskiej ze strukturą spinorową, której metryka reprezentuje sektor grawitacyjny a geometryczny (kanoniczny) operator Diraca oddziałujące z grawitacją fermiony, t.j. cięcia wiązki spinorowej tworzące przestrzeń Hilberta reprezentacji algebry. Zastąpienie przestrzeni zwartej przez niezwartą z fizycznie motywowaną metryką o sygnaturze Lorentza wprowadza duże komplikacje techniczne, jak np. konieczność zastąpienia przestrzeni Hilberta przestrzenią Kreina. Na drugim biegunie są skończone (w sensie wymiaru) TS z nieprzemienną algebrą macierzy zespolonych oraz hermitowskimi macierzami w roli kandydatów na operator Diraca, który reprezentuje sektor fermionowy MS. Zresztą brak kanonicznego operatora Diraca (albo nadmiar kandydatów) w tym sektorze jest jednym z ważniejszych problemów do rozwiązania. Sektor bozonowy uzyskuje się poprzez połączenie (iloczyn tensorowy) kanonicznej i skończonej TS, badając perturbacje „wypadkowego" operatora Diraca. Tak połączona „prawie-przemienna" struktura reprezentuje geometrię produktową typu Kaluzy-Kleina dla której analizuje się działanie spektralne.

Zawartość rozprawy:

75-stronicowa rozprawa napisana jest w języku angielskim, a więc w języku ojczystym mgra Williamsa. Składa się ze stanowiącego krótki autoreferat Wstępu, trzech rozdziałów, czterech dodatków oraz spisu literatury. Każdy z rozdziałów poświęcony jest wynikom jednej z trzech publikacji z udziałem autora rozprawy: [31], [32], [33] (numeracja referencji zgodna z bibliografią). W rzeczywistości są one wiernymi kopiami tych artykułów. Należy podkreślić, że rozdział trzeci przedstawia wyniki samodzielnej publikacji [33]. Bibliografia licząca 58 pozycji w pełni odzwierciedla aktualny stan wiedzy w temacie rozprawy.

Rozdział drugi, najbardziej kompletny pod względem uzyskanych wyników, jest wspólną pracą trzech autorów [32] (A. Bochniak, T. Williams, P. Zalecki). Bada skończoną TS uzgodnioną poprzez wybór algebry $A= H_L \oplus H_R \oplus M_4$ z modelem chiralnym Pati-Salama, gdzie H oznacza algebrę kwaternionów, M_k algebrę macierzy zespolonych wymiaru k^2. W przypadku modelu zredukowanego ostatni składnik jest zastąpiony przez podalgebrę $M_1 \oplus M_3$. Bazując na pracy [43] (L. Dąbrowski, F. D`Andrea, A. Sitarz) zdefiniowano reprezentację w przestrzeni Hilberta poprzez zanurzenie elementów algebry w potrójnym iloczynie tensorowym $M_4 \otimes M_2 \otimes M_4$ algebr macierzowych. Celem jest wskazanie ogólnej postaci operatora Diraca w sektorze skończonej TS. Trudność rachunkowa polega na tym, że dowolny element ostatniej algebry jest sumą dużej ilości składników (tensorów) prostych. Pierwsze ograniczenia pochodzą z warunków hermitowskości oraz zgodności ze strukturą rzeczywistą. Zastąpienie kanonicznej, t.j. riemannowskiej, TS przez zaproponowaną w pracy [13] (A. Bochniak, A. Sitarz) pseudoriemannowską powoduje mocniejsze ograniczenia. Końcowy wynik, dla pełnego modelu, sformułowany jest w Proposition 2.2.1 za pomocy pewnej (nieokreślonej) liczby dowolnych macierzy dwuwymiarowych oraz czterowymiarowych; brak jest dodatkowych informacji dotyczących ograniczenia na liczbę tych macierzy czy ich hermitowskość. Pozostawia to dużą swobodę w wyborze operatora Diraca. Niemniej, brak w tym rozkładzie członów typu Yukawy skłania autorów do wysnucia ogólnego wniosku, że tak zaproponowany model nie jest fizyczny. Podobna analiza (Proposition 2.2.3) została przeprowadzona dla modelu zredukowanego w którym symetria SU(4) jest złamana do symetrii U(1)xSU(3). Ważnym wnioskiem, z punktu widzenia fizyki cząstek i możliwym ewentualnie do eksperymentalnej weryfikacji, jest wykluczenie hipotetycznych lepto-kwarków z zaproponowanej konstrukcji, podobnie jak w przypadku referencji [13]. Trzeba nadmienić że sam model Pati-Salama, jak i inne modele wielkiej unifikacji, przewidują ich istnienie, co jest przedmiotem badań w eksperymentach CERNu. Ciekawe zagadnienie, nie badane w pracy, stanowi sektor bozonowy tego modelu.

Inną, rozważaną w rozprawie, koncepcję „wyjścia poza" MS oferuje, znana z lat 70tych ubiegłego wieku, teoria supersymetrii (SUSY). Zastosowana do MS podwaja liczbę cząstek łącząc je w bozonowo-fermionowe pary i wprowadzając nowe oddziaływania, co przyczynia się do rozwiązania niektórych wewnętrznych problemów MS. W rozprawie zaproponowane są dwa sposoby włączenia SUSY do programu TS. Są one przedmiotem rozważań w dwóch kolejnych rozdziałach. Trzeba zaznaczyć, że pomimo dotychczasowych negatywnych wyników eksperymentalnych, wiara w możliwość połączenia SUSY z MS jest wciąż aktualna.

Rozdział trzeci przedstawia wyniki współautorskiej pracy [32] (D. Ciurla, L. Hadasz, Th. Williams). Rozważana jest bardzo prosta TS z euklidesową częścią kanoniczną i płaską metryką oraz dowolną macierzą hermitowską D_F w roli operatora Diraca w sektorze skończonym. W pracy badany jest rozkład (faktoryzacja) kanonicznego operatora Diraca wynikający z superyzacji przestrzeni euklidesowej $\mathbf{R}^4$ poprzez dodanie współrzędnych grassmannowskich. W rezultacie otrzymujemy wewnętrzną superalgebrę złożoną ze spinorowych pochodnych kowariantnych oraz superładunków, realizowaną w przestrzeni zmiennych spinorowych. Elementy macierzowe operatora D_F modyfikują faktory operatora Diraca i związaną z nimi superalgebrę wewnętrzną poprzez wprowadzenie dodatkowych ładunków. Rola superalgebry wewnętrznej nie jest jasna gdyż nie ma ona wpływu na kształt TS (może ewentualnie mieć wpływ na niezbadany sektor bozonowy). Inne pytanie brzmi: czy podobną konstrukcję można przeprowadzić w zakrzywionej superprzestrzeni, t.j. po włączeniu supergrawitacji.

Rozdział czwarty przedstawia wyniki otrzymane w samodzielnej publikacji [33] i stanowi oryginalny wkład autora do rozwoju dziedziny. Doktorant konstruuje trójkę spektralną nad płaską superprzestrzenią $\mathbf{R}^{3|2}$, co oznacza że trójwymiarowa czasoprzestrzeń rozszerzóna jest o dwa spinory grassmannowskie. Wybrany model nie jest fizyczny z definicji i służy do ilustracji oraz wstępnej weryfikacji zaproponowanego w ogólnym zarysie pomysłu. Pola spinorowe zastąpione są przez superpola stanowiące supersymetryczną wersję przestrzeni Hilberta, na które w sposób naturalny działa standardowy operator Diraca. Istotną rolę w konstrukcji odgrywa nieskończeniewymiarowa algebra Grassmanna-Banacha $\Lambda_\infty=\Lambda^e \oplus \Lambda^o$ (4.18) z przeliczalną liczbą antykomutujących generatorów. Kluczowa konstrukcja całkowitej TS i jej składników przedstawiona jest w krótkim podrozdziale 4.4.4. Zaproponowane tam definicje trudno uznać za satysfakcjonujące. W dalszej części pracy badane jest działanie spektralne i analizowany sektor bozonowy który, zgodnie z oczekiwaniami, zawiera SUSY analog potencjału elektromagnetycznego.

Uwagi krytyczne:

1. Poszczególne rozdziały są, w zasadzie, wiernymi kopiami opublikowanych artykułów.
2. Jedna z praca [32] nie jest opublikowana. Udostępnienie publiczne poprzez repozytorium e-printów (2009.13125 [hep-th]) tylko częściowo rekompensuje brak publikacji.
3. Wkład autora rozprawy do dwóch prac wspólnych nie został wyodrębniony.
4. Brak jest zakończenia i konkluzji dotyczących całej rozprawy, np. wskazówek w jakim kierunku powinny być prowadzone dalsze badania.
5. Podstawowa konstrukcja z podrozdział 4.4.4 nie jest przedstawiona w sposób wystarczający precyzyjny i przypuszczalnie zawiera błędy w notacji. W szczególności, wyjaśnienia wymagają następujące dwie kwestie:

a. Jak algebra Λ^e reprezentuje się w przestrzeni H_M (superpól spinorowych (4.13)) w definicji (4.29)?

b. Podprzestrzeń $(\Lambda^o)^2$ pełni rolę „przestrzeni Hilberta" w skończonej TS (definicja (4.30)). Dlaczego w definicji (4.31) występuje symbolu iloczynu tensorowego, skoro jako przestrzeń (super)Hilberta wskazany jest kartezjański kwadrat (suma prosta) $(H_M)^2$ przestrzeni z (4.29). Dotychczasowa praktyka sugeruje raczej $H_M \otimes (\Lambda^o)^2$ (por. (1.3))?

Wniosek końcowy:

Rozprawa doktorska pana mgr Thomasa Williamsa z oczywistych względów napisana jest poprawnym językiem angielskim. Dotyczy aktualnej tematyki badawczej. Układ pracy jest poprawny, literatura kompletna i adekwatna do rozważanych zagadnień. Matematyczne dodatki są pomocne. Dwie prace, w tym jedna samodzielna zostały opublikowane w bardzo dobry specjalistycznych periodykach z list JCR. Uzyskane wyniki są zadowalające choć sposób ich prezentacji mógłby być lepszy.

Uwzględniając powyższe czynniki wnoszę o dopuszczenie pana magistra Thomasa Williamsa do dalszych etapów postępowania, uznając że spełnia on kryteria stawiane kandydatom w Ustawie – Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce (t.j. Dz. U. z 2020 r. poz.85 z późn. zm.).

ABorowiec